GEOMETRIA RECREATIVA
PARTE PRIMERA
GEOMETRIA AL AIRE LIBRE

CAPITULO SEGUNDO
GEOMETRIA JUNTO AL RIO

Contenido:

1. Medir la anchura de un río.

Sin atravesando el río nadando, medir su anchura es tan fácil, para quien conoce la geometría, como determinar la altura de un árbol sin subir encima. Una distancia inaccesible mide a través de los modos, anteriormente descriptos, como la medición de la altura inaccesible. En ambos casos un trayecto buscado lo substituimos con la otra medida, la cual es fácil de medir inmediato.

Entre los muchos modos de solucionar esta Problema, distinguimos algunos más sencillos.

1.– Para el primero necesitamos un “aparato” ya conocido por nosotros, como tres alfileres sobre los vértices del triángulo rectángulo isósceles (Figura 25).
Necesitamos encontrar la anchura *AB* de río (Figura 26), estando en aquella orilla, donde se encuentra el punto *B*, y sin atravesar al otro lado. Estando sobre el punto *C,* mantenga el aparato cerca de los ojos así, cuando mira con un solo ojo a través de dos alfileres, se ve como ambos están tapando los puntos *B* y *A*.

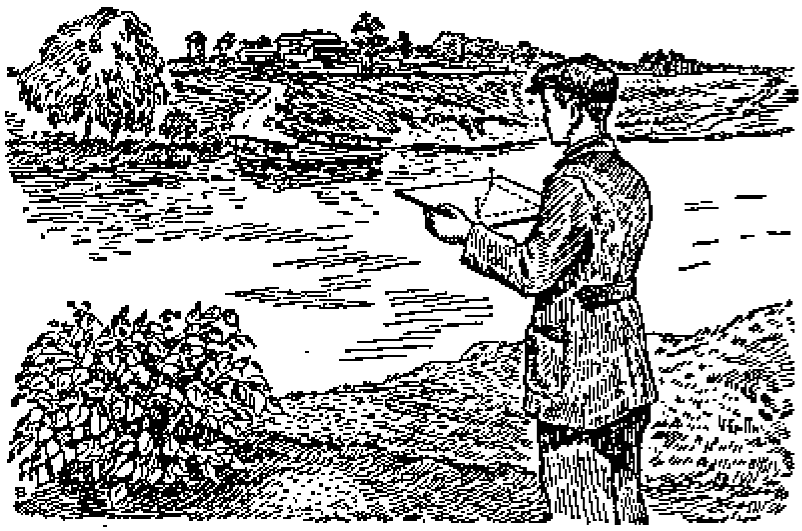

Figura 25. Medición de la anchura de un río con el aparato de alfileres

Esta claro que cuando conseguimos esto, nos encontraremos justo en la prolongación de la línea *AB.* Ahora, sin mover la tablilla, mire a lo largo de los otros dos alfileres (perpendicular a la dirección anterior) y fijemos un punto *D*, tapado con estos dos alfileres, es decir está situado en la recta, perpendicular a *AC.*

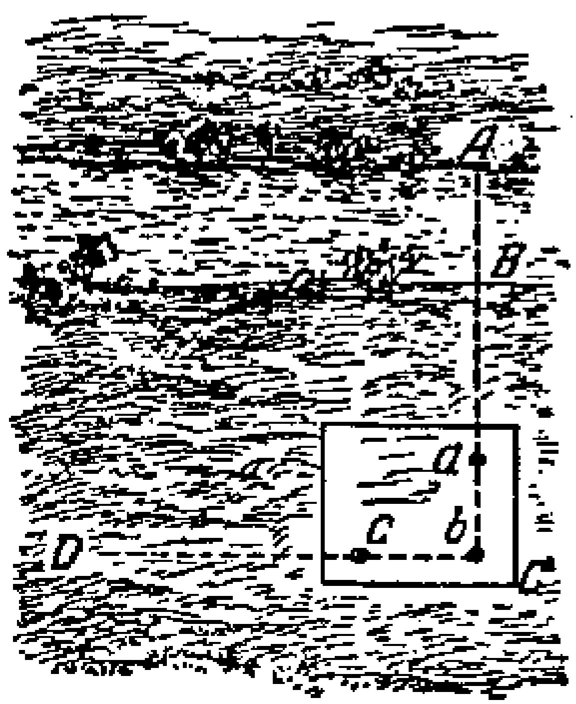

Figura 26. La primera posición del aparato de los alfileres.

Después clavamos un jalón en el punto *C,* dejamos este sitio y nos instalamos con el instrumento a lo largo de la recta *CD,* hasta que no encontraremos un punto *E* sobre ella (Figura 27), de donde es posible al mismo tiempo alinear el alfiler *b con* la pértiga del punto *C*, y el alfiler *a,* con el punto *A.*

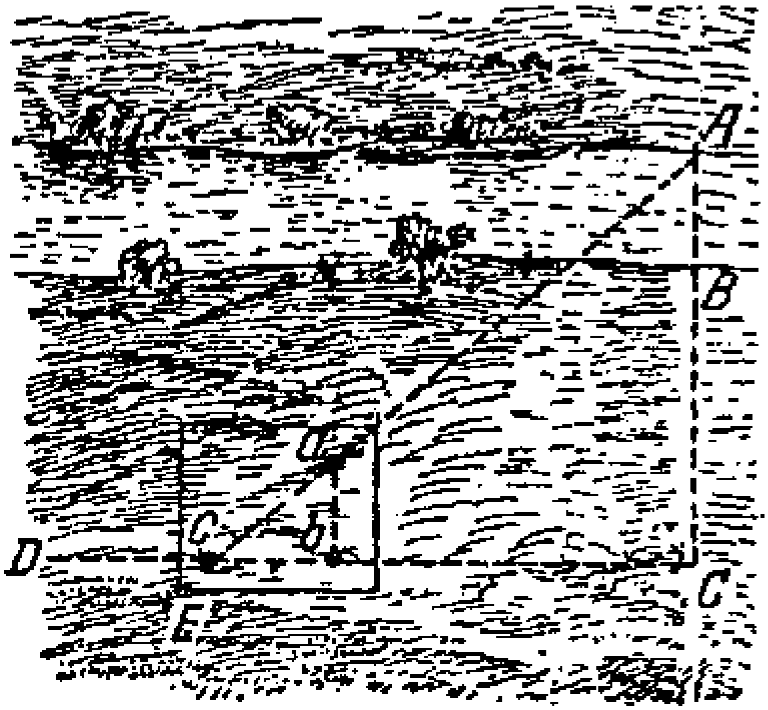

Figura 27. La segunda posición del aparato de los alfileres.

Esto significa que hemos encontrado el tercer vértice del triángulo *ACE*, sobre la orilla, donde el ángulo *C* es recto, el ángulo *E* es igual al ángulo agudo del aparato de los alfileres, es decir ½ del ángulo recto. Evidentemente que el ángulo *A* es igual a un ángulo recto, es decir

$$AC = CE.$$

Si medimos la distancia *CE* a través de los pasos, encontraremos la distancia *AC,* y quitando *BC,* el que es fácil de medir, encontraremos la anchura buscada de río.
Es bastante incómodo y difícil tener en la mano el aparato sin moverlo; mejor fijar la tablilla sobre un palo con una punta para mantener verticalmente sobre la tierra.

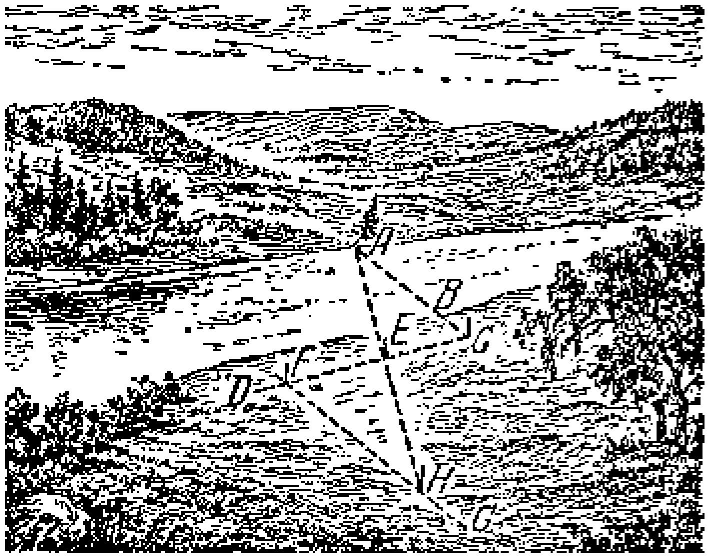

Figura 28. Utilizando las propiedades de igualdad a los triángulos.

2.– El segundo modo es parecido al primero. Aquí también se encuentra un punto *C* a lo largo de *AB* y se marca con ayuda del aparato de los alfileres la línea recta *CD* bajo ángulo recto sobre el *CA.* Pero después se actúa de otra manera (Figura 28). Sobre la línea recta *CD* se medirá dos distancias arbitrariamente iguales *CE* y *EF* y marcamos los puntos *E* y *F* con sendos jalones.

Después estado con el aparato en el punto *F,* marcamos la dirección *FG,* perpendicular sobre el *FC*. Ahora vamos a andando a lo largo de la *FG,* buscando sobre la línea el punto *H*, desde el cual el jalón *E* parece que está tapando al punto *A.* Esto significa, que los puntos *H, E* y *A* encuentran sobre una línea recta.

La Problema esta solucionada: la distancia *FH* es igual a la distancia *AC,* desde cual es suficiente quitar *BC,* para encontrar la anchura buscada de río (los lectores, evidentemente, adivinen el mismo, porque *FH* es igual a *AC*).

Este modo necesita más sitio que el anterior; si un lugar lo permite hacer de ambos modos, es útil comprobar un resultado con el otro.

3.– En el modo ahora descrito, es una modificación del anterior: medir sobre la línea *CF* distancias no iguales, donde una es tantas veces menor que la otra.

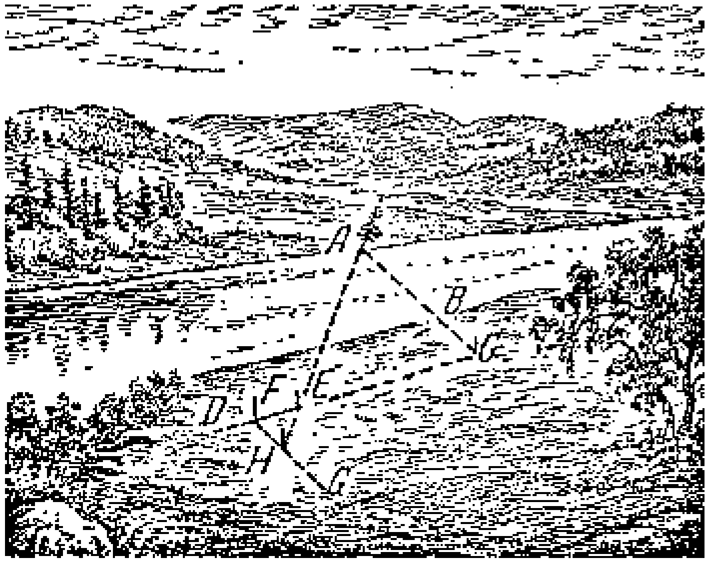

Figura 29. Utilizando las propiedades de semejanza a los triángulos.

Por ejemplo (Figura 29), hacemos *FE* cuatro veces menor que *EC,* después actuamos como siempre: a la dirección *FG,* perpendicular sobre *FC,* se busca el punto *A.* Pero ahora *FH* no es igual a *AC,* es menos de esta distancia en cuatro veces: el triángulo *ACE* y *EFH* aquí no son iguales, son semejantes (tienen los ángulos iguales sobre los lados no iguales). De la semejanza de los triángulos tenemos la proporción

$$AC : FH = CE : EF = 4 : 1.$$

Entonces, midiendo *FH* y multiplicando el resultado por *4,* obtenemos la distancia *AC,* y quitando *BC,* encontraremos la anchura buscada de río.
El modo, como podemos comparar, no necesita mucho sitio y por eso es cómodo para llevar a la práctica.

4.– El modo cuarto básicamente es utilizando las propiedades del triángulo rectángulo, cuando uno de los ángulos agudos es *30°,* entonces el cateto inverso equivale a la mitad de la hipotenusa.

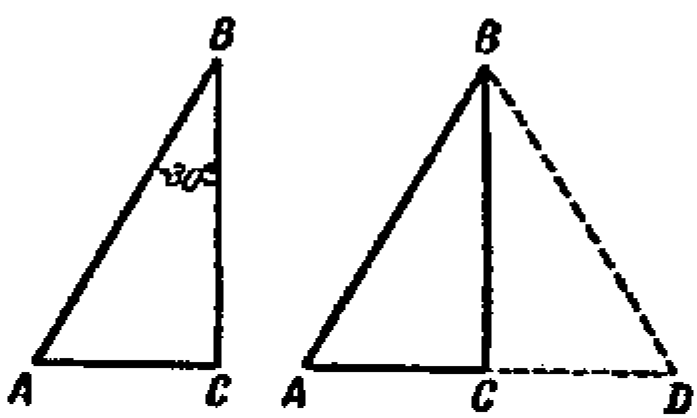

Figura 30. Cuando el cateto es igual a la mitad de la hipotenusa

Asegurarse que la posición es exacta es muy fácil: sea que el ángulo *B* del triángulo rectángulo *ABC* (Figura 30, a la izquierda) es *30°;* demostraremos que en este caso

$$AC = ½ AB.$$

Hacemos girar el triángulo *ABC* sobre *BC,* quedando simétricamente ubicado con respecto a su postura anterior (Figura 30, a la derecha), creando una figura *ABD;* la línea *ACD* es recta, por que ambos ángulos sobre el punto *C,* son rectos.
En el triángulo *ABD* el ángulo *A* = *60°,* el ángulo *ABD,* como está formado con dos ángulos de *30°* también es *60°.*
Entonces, *AD* = *BD* como dos lados estando frente a los ángulos iguales. Pero *AC* = *½ AD;* es decir, *AC* = *½ AB.*
Deseando a utilizar esta característica de triángulo, necesitamos colocar los alfileres encima de tablilla formando un triángulo rectángulo, donde el cateto es la mitad de la hipotenusa.
Con este instrumento se ubica en un punto *C* (Figura 31) Así, con la recta *AC* coincide con la hipotenusa de triángulo de los alfileres.

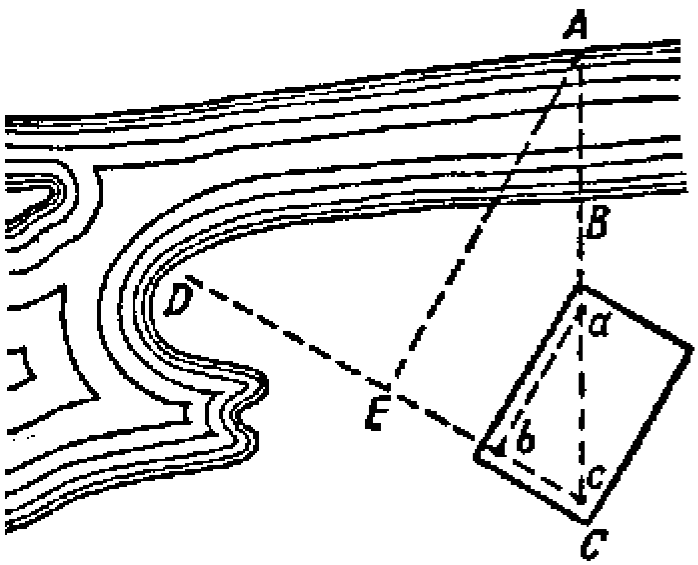

Figura 31. Esquema del uso el triángulo rectángulo con un ángulo de 30°

Mirando a lo largo del cateto corto de este triángulo, marcamos la dirección *CD* y sobre cual encontraremos un punto *E,* donde *EA* es perpendicular a *CD* (lo construimos con la ayuda del mismo aparato de los alfileres). Es fácil de comprender, que la distancia *CE,* cateto enfrente al ángulo de *30°,* es igual a la mitad de *AC.* Entonces midiendo *CE,* doblando esta distancia y restándole *BC,* tenemos la anchura buscada *AB* de río.
Así son los cuatro modos fáciles de utilizar, con ayuda de los cuales siempre es posible, sin atravesar el río, medir la anchura del mismo con resultado plenamente satisfactorio. No vamos a examinar los modos difíciles, los que necesitan aparatos especiales para hacer las mediciones.
Volver

2.- Con ayuda de una visera.
Un modo, que fue muy útil para el coronel mayor Kuprianov, estando en una situación de guerra. Le mandaron medir la anchura de un río, a través de cual necesitaba organizar un pasaje...
«Acercándose furtivamente la subdivisión de Kuprianov hasta el arbusto al lado de río, se escondieron, pero él junto con el ayudante Karpov salieron a poca distancia del río, de

donde se ve muy bien a la orilla enfrente, donde se escondió el enemigo. En estas condiciones necesitaba medir la anchura, confiando a su vista.

–¿A ver, Karpov, cuánto mide el ancho del río? – preguntó Kuprianov.
–Penso, no más que 100 a 110 metros, - se respondió el Karpov.
«El coronel estuvo de acuerdo con su ayudante, pero para la seguridad decidió medir la anchura de río con ayuda de su "visera".

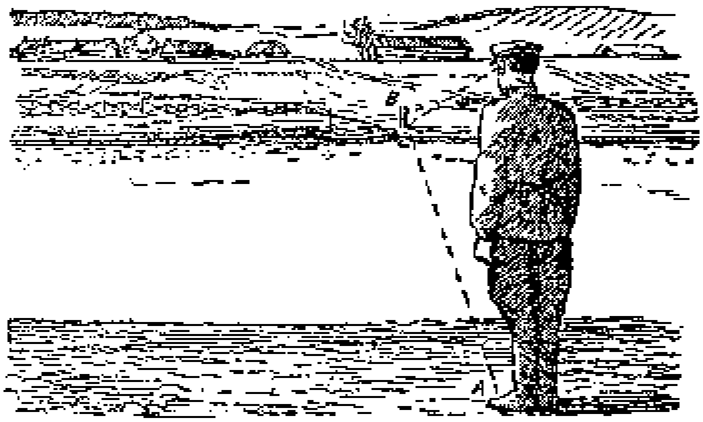

Figura 32. Por debajo de una visera deberemos notar un punto en la orilla apuesta.

«El modo es el siguiente. Necesita ponerse enfrente al río y calar la gorra sobre los ojos así, para poder ver justo bajo de la visera la línea de orilla opuesta (Figura 32).
«La visera la podemos substituir con la palma de la mano o con una agenda, situando el canto en la frente. Después sin cambiar de posición la cabeza, gira a la izquierda o a la derecha, o atrás (en aquella parte, donde el campo es más llano, accesible para medir la distancia) y observamos el punto más lejano, visible bajo de la visera (de la palma o de la agenda).
«La distancia hasta este punto es la anchura del río aproximadamente.
«Este es el modo que utiliza el coronel. Rápidamente se levantó, llevó la agenda al frente, rápidamente dio la vuelta y ubicó el punto lejano. Después él con el ayudante Karpov, arrastrándose llegaron hasta el punto, midiendo la distancia con una cuerda. El resultado fue *105 metros.*
Kuprianov dejó el resultado a sus ayudantes.»

Problema
Dar la explicación geométrica al modo de la "visera".

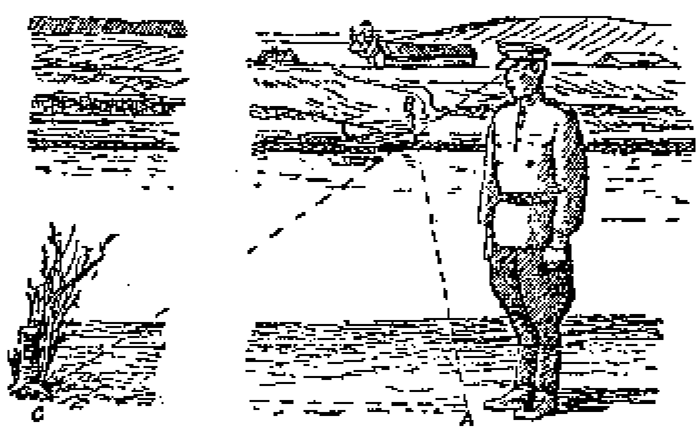

Figura 33. Sobre el mismo modo, marcar el punto en la orilla donde estamos

Solución
El rayo de la vista, tocando el borde de la visera (palma o agenda), es primero apuntado a la línea de la orilla apuesta (Figura 32). Cuando la persona da vuelta, pues el rayo de vista, lo mismo que la pata de compás, describe la circunferencia, entonces *AC* = *AB* , como los radios de la circunferencia (Figura 33).
Volver

3. Longitud de la isla.
Problema
Ahora tenemos un problema más difícil. Estando en la orilla de un río o de un lago, vemos una isla (Figura 34), cuya longitud deseamos conocer sin dejar la orilla, por supuesto. ¿Es posible hacer la medición?

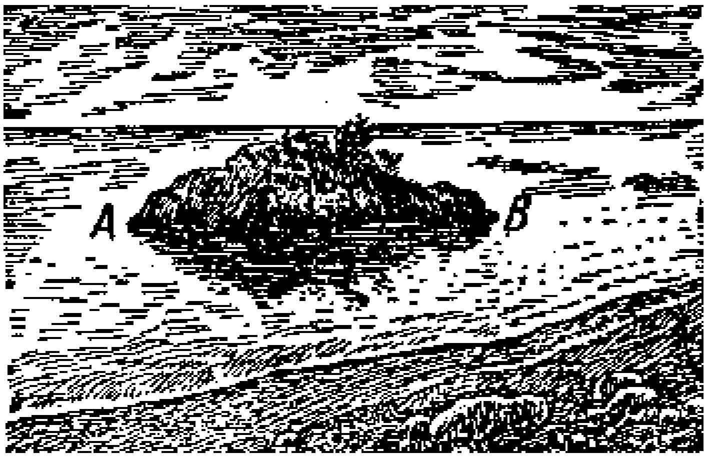

Figura 34. Como encontrar la longitud de una isla.

Aunque en este caso para nosotros ambos extremos de la línea medida, son inaccesibles. La Problema se solucionara, además sin aparatos especiales.

Solución
Necesitamos saber la longitud *AB* (Figura 35) de la isla, permaneciendo en la orilla durante la medición.

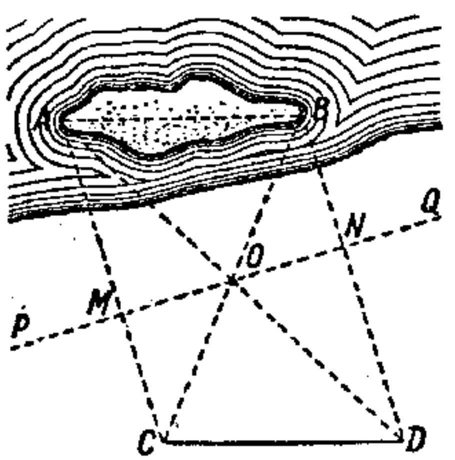

Figura 35. Utilizando las propiedades de igualdad de los triángulos rectángulos

Eligiendo dos puntos *P* y Q arbitrarios, se marcan con jalones y se buscan sobre la recta *PQ* los puntos *M* y *N* así, cuando los sentidos *AM* y *BN* formaban con la dirección *PQ,* ángulos rectos (para esto utilizaremos el aparato de los alfileres).
En el centro *O* del trazo *MN* se marca con otro jalón y se busca a lo largo de la línea *AM* el punto *C,* donde el jalón *O* parece que está tapando el punto *B.* Igualmente a lo largo de la *BN* buscan el punto *D,* donde el jalón *O* parece esta tapando el extremo *A* de la isla. La distancia *CD* es la longitud buscada.
Demostrar esto no es difícil.
Cogemos dos triángulos rectángulos *AMO* y *OND*; sus catetos *MO* y *NO* son iguales, además los ángulos *AOM* y *NOD* son iguales, entonces, los triángulos son iguales entre sí, y

$$AO = OD.$$

De igual manera podemos deducir que

$$BO = OC.$$

Comprobando después los triángulos *ABO* y *COD,* deducimos que

$$AB = CD.$$

Volver

4. Un peatón al otro lado.
Problema
A lo largo de un río está paseando una persona. Al otro lado Ud. precisamente distingue sus pasos. ¿Podemos, sin movernos, encontrar la distancia aproximada entre el peatón y Ud., sin tener ningún instrumento a mano?

Solución
No tenemos ningún aparato, pero hay ojos y manos, y eso es suficiente. Estiraremos la mano hacia el peatón y miramos al fin del dedo con un solo ojo, el derecho si el peatón esta andando a mano derecha, el izquierdo, si el peatón esta andando a mano izquierda.

Figura 36. Como encontrar la distancia hasta el peatón, andado por la orilla apuesta.

Inmediatamente que el dedo tapa al peatón (Figura 36), cierre el ojo con el cual observan, y abren el otro: el peatón aparece alejado un poco hacia atrás. Contaremos, cuantos pasos

hacia delante él da, antes que se junte otra vez con el dedo. Ahora tenemos todos los datos necesarios para tener un resultado aproximadamente.
Explicaremos cómo utilizar estos datos. En la Figura 36, sean *a b* nuestros ojos; el punto *M,* fin del dedo de la mano estirada; el punto *A,* primera medición de la distancia al peatón y *B,* la segunda.
Los triángulos *aBM* y *ABM,* son semejantes (deberemos dar la vuelta hacia el peatón cuando *ab* sea paralela a la dirección de su movimiento).Entonces,

BM ´ bM = AB ´. ab

es la proporción, donde se desconoce el miembro *BM,* todo el resto lo podemos medir inmediatamente. Efectivamente, *bM* es la longitud de la mano; *ab* es la distancia entre las pupilas de ojos, *AB* lo medido con los pasos de peatón (el paso tomaremos – *¾metros*).
Por lo tanto, tenemos la distancia desconocido entre el observador y el peatón en la orilla apuesta

$$MB = \frac{AB \times bM}{ab}$$

Si, por ejemplo, la distancia entre las pupilas *(ab) es de 6 centímetros,* la longitud *bM* desde el fin de mano hasta los ojos, *60 centímetros,* y el peatón hizo desde *A* hasta *B,* digamos, *14* pasos, entonces la distancia desde él hasta el observador es

MB = 14 ´ 60 / 6 = 140 pasos, ó *105 metros.*

Es suficiente conocer la distancia entre las pupilas y *bM,* la distancia desde los ojos hasta el extremo de mano estirada, y recordar su proporción *bM/ab,* para encontrar rápidamente la distancia a objetos inaccesibles. Solo falta multiplicar *AB* por la proporción. La mayoría de las personas, tienen *bM/ab más* o menos igual a *10.* La dificultad es encontrar, de cualquier manera, la distancia *AB.* En nuestro caso estamos utilizando los pasos de peatón. Pero podemos utilizar otros datos también.
Si por ejemplo, necesitamos encontrar la distancia hasta el tren, entonces la longitud *AB* podemos tener comprobando con la longitud de un vagón, el que conocemos (*7,6 metros* entre los topes). Si necesitamos buscar la distancia hasta la casa, entonces *AB* podría ser el ancho de una ventana o el tamaño de ladrillo, etc.
Este sistema lo podemos utilizar para determinar el *tamaño* de los objetos lejanos, si sabemos la distancia hasta el observador.
Probaremos utilizar diferentes “telémetros”, los cuales describimos enseguida.
Volver

5. Los telémetros más ordinarios.
Anteriormente, en el capitulo primero, hemos descrito un aparato bastante sencillo para medir las alturas, el altímetro. Ahora describimos un instrumento, para medir distancias inaccesibles y se llama telémetro. Un telémetro muy ordinario lo podemos preparar de una cerilla. Unicamente suficiente marcar las divisiones milimétricas, blancas y negras, uno a través de otro (Figura 37).

Figura 37. Cerilla – telémetro

Imaginaremos, los vemos a lo lejos una persona y formaremos una problema, encontrar la distancia hasta él.
En este caso la cerilla – telémetro es muy útil. Manteniendo en la mano estirada y mirando con solo un ojo, llevaremos su extremo a coincidir con la parte superior de la persona.

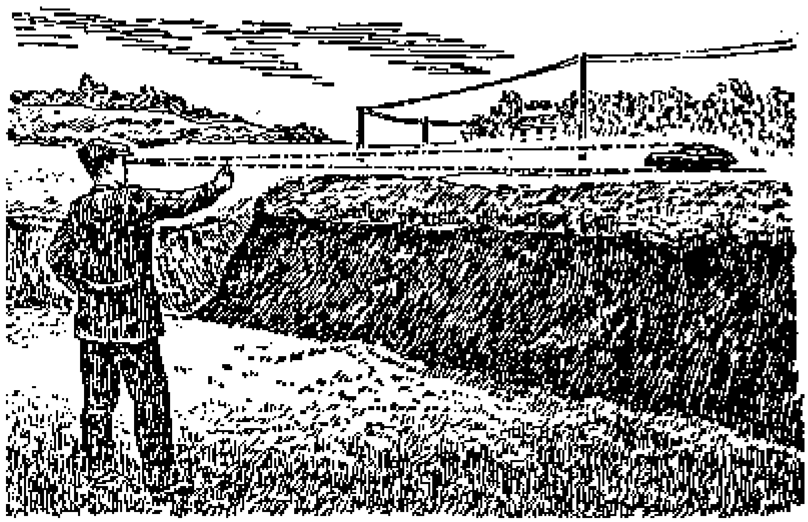

Figura 38.

Después, despacio movemos la uña del dedo pulgar sobre la cerilla, fijando el punto donde se proyectan los pies de la persona. Los queda por saber, acercando la cerilla, sobre qué división se fijó la uña, y ya tenemos los datos para resolver el problema.
Es fácil de asegurarse que la proporción es correcta:

$$\frac{\text{la distancia buscada}}{\text{la distancia entre el ojo y la cerilla}} = \frac{\text{la estatura media de una persona}}{\text{la medida sobre la cerilla}}$$

Desde este momento ya no es difícil calcular la distancia buscada. Si, por ejemplo, la distancia hasta la cerilla es *60 centímetros,* la estatura de una persona es *1,7 metros,* y la parte medida de cerilla es *12 milímetros,* entonces la distancia es:

$$\text{la distancia buscada} = \frac{60 \times 1700}{12} = 8.500\ \text{cm} = 85\ \text{m}$$

Llevando a la práctica, para tener un mejor conocimiento, utilizando este telémetro podemos medir la estatura de un amigo, o proponiendo alejarse, encontrar en cuantos pasos él se alejó del observador.
Con el mismo modo podemos encontrar la distancia hasta el jinete (la altura mediana es *2,2 metros*), hasta la bicicleta (el diámetro de rueda es *75 centímetros*), hasta el poste telegráfico a lo largo de ferrocarril (la altura es *8 metros,* la distancia entre los aisladores son *90 centímetros*), hasta el tren, la casa y etc. las medidas de los que no es difícil de encontrar. Durante una excursión podemos utilizar el modo también.
Podemos hacer a mano un aparato muy cómodo del mismo tipo, el que sirve para encontrar la distancia a través de la altura de una persona que está lejos.
El instrumento los podemos ver en las figuras 39 y 40.
El objeto observado coloca en el espacio *A,* el que se alinea con la parte alta de instrumento. El tamaño del espacio se determina por las divisiones en las partes *C* y *D* de tablilla. Para librarse de la necesidad de hacer los cálculos, podemos en la parte *C* señalizar, enfrente las

divisiones, las distancias correspondientes a ellos, si el objeto observado es la figura de una persona (mantenga el instrumento enfrente los ojos con la mano estirada).

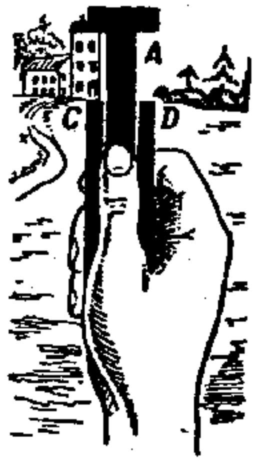

Figura 39.

En la parte derecha *D* puede señalizar las distancias, calculadas antes para cualquier necesidad, cuando se observa la figura del jinete (*2,2 centímetros*). Para el poste telegráfico (altura – *8 metros*), el aeroplano con alas es *15 metros* y para otros objetos podemos utilizar la parte libre de los *C* y *D*. Al final, nuestro instrumento va a tener un aspecto presentado en la Figura 40.

Figura 40. La estructura del telémetro sobresalido

Evidentemente, la distancia así determinada es siempre exacta. El ejemplo que examinamos anteriormente, donde la distancia hasta la persona fue valorada en *85 metros*, un error en solo *1 milímetro* durante la medición con la cerilla da una equivocación de resultado en *7 metros (1/12 de 85).*

Pero si la persona estuviera en cuatro veces más lejos, medimos con la cerilla no *12,* si no *3 milímetros,* entonces el error será solamente en *½ milímetro* se cambia el resultado en *57*

metros. Por eso, nuestro ejemplo es seguro únicamente para distancias más cercanas, *100 a 200 metros.* Para las distancias más largas tenemos que buscar los objetos más grandes.
Volver

6. La energía de los ríos.
Un río cuya longitud no es más que *100 kilómetros*, tomamos como pequeño. ¿Sabe cuántos ríos así hay en nuestro país? ¡Muchos, *43.000*!
Si pusiéramos todos los ríos en una línea, tendrán una cinta de longitud *1.300.000 kilómetros.* Con esta cinta podemos ceñir el globo terrestre treinta veces sobre el ecuador (la longitud ecuatorial es *40 000 kilómetros).*
La corriente de agua de un río se mueve lentamente, pero él mantiene en secreto una reserva de energía inagotable. Especialistas están pensando, si fuera practicable sumar las posibilidades ocultas de todos los ríos pequeños, los que corren por nuestras tierras, ¡recibimos una cantidad considerable de *43 millones de kilovatios*! Esta energía gratis debería ser utilizada para la electrificación económicas de las localidades situadas cerca de los ríos.
Sabemos que la realización es posible con la ayuda de las centrales hidroeléctricas y todos pueden demostrar iniciativa y ayuda real sobre la preparación y la construcción de una central. La verdad, a los constructores les interesa todo, a qué sistema pertenece el río: su anchura y velocidad de corriente ("consumo de agua"), la superficie del corte transversal del lecho ("corte vivo") y cual es la presión de agua bajo las orillas. Todo esto es posible de medir con los medios a mano y aquí mismo presentamos una Problema geométrica, pero no muy complicada.
Ahora empezaremos a solucionar esta Problema.
Pero antes tienen que conocer algunos consejos prácticos de parte los especialistas ingenieros V. Yaros y I. Fiodorov. Como elegir el sitio para construcción futura.

> *«"Una central no grande, ellos recomiendan construir no más cerca de 10 a 15 kilómetros y no más lejos que 20 a 40 kilómetros desde la fuente de río, porque el alejamiento trae consigo el encarecimiento de la presa y abre gran afluencia de agua. Si se construye la presa más cerca que 10 a 15 kilómetros desde la fuente, la central hidroeléctrica, por la pequeña afluencia de agua y sin la presión suficiente, no puede proveer a la potencia necesaria. La parte elegida de río no debe de ser de gran profundidad, ya que aumenta el valor de la construcción, necesitando un fundamento muy pesado".»*

Volver

7. La velocidad de la corriente.
¿Cuanta agua corre durante el periodo de veinticuatro horas en este sitio?
El cálculo no es difícil: La medición la realizan dos personas. Uno con un reloj en la mano y el otro con la boya o, por ejemplo, con una botella bien cerrada con una banderilla. Eligen un trozo de río rectilíneo y colocan a lo largo de río dos jalones *A* y *B* a la distancia *10 metros* uno del otro. (Figura 41).
Sobre las líneas, perpendiculares al *AB,* colocan otros más jalones *C* y *D.* Uno de los observadores con el reloj esta detrás del jalón *D.* El otro, con la boya va hacia arriba del jalón *A,* tira la boya al agua, y se pone detrás del jalón *C.* Ambos miren a lo largo de sentidos *CA* y *DB* sobre la superficie de agua. En el momento, cuando la boya está cruzando la prolongación de la línea *CA,* el primero observador levanta la mano. Con esta señal el otro observador empieza a medir el tiempo y detiene la medición cuando la boya cruza la línea *DB.*
Por ejemplo, supongamos que la diferencia de tiempo fue de *20 segundos.*
Entonces, la velocidad de corriente del río:

10 / 20 = 0,5 metros / segundo.

Usualmente, las mediciones se repiten un par de veces, tirando la boya en puntos diferentes de la superficie de río. Después suman las velocidades obtenidas y se dividen en la cantidad de medidas. Esto determina la velocidad media que lleva la superficie del río.
Las capas más profundas corren más despacio, y la velocidad mediana de todo el torrente es como *4/5* de la velocidad superficial, en nuestro caso, entonces, *0,4 metros / segundo.*
Podemos encontrar la velocidad superficial con otro modo, pero menos seguro.

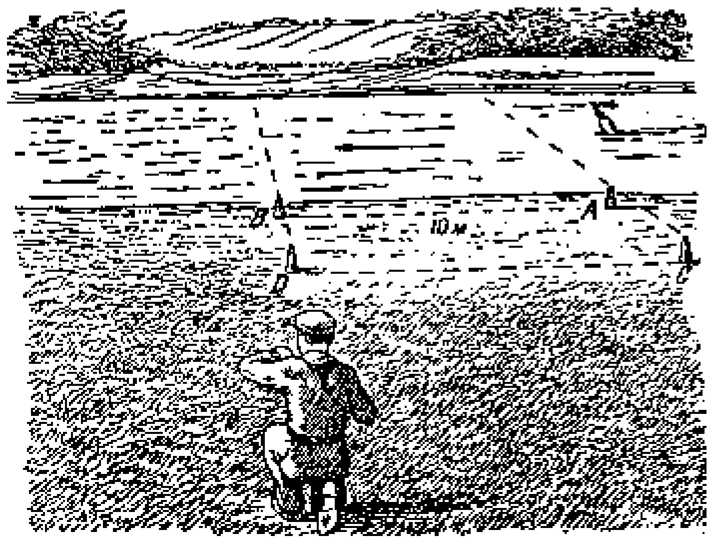

Figura 41. La medición de la velocidad al corriente de un río

Montamos una lancha y flotamos un kilometro (marcado en la orilla) contra la corriente, después volverse e irse con la corriente, remando con la misma fuerza.
Supongamos que recorremos los *1000 metros* contra la corriente en *18 minutos,* y a favor de la corriente, en *6 minutos.* Designando la velocidad buscada del río a través de *x,* la velocidad de nuestro movimiento en el agua estancada a través de *y*, formemos una ecuación

$$\left.\begin{aligned} \frac{1000}{y-x} &= 18 \\ \frac{1000}{y+x} &= 6 \end{aligned}\right]$$

$$\left.\begin{aligned} y-x &= \frac{1000}{18} \\ y+x &= \frac{1000}{6} \end{aligned}\right]$$

$$2x = 110$$

$$x = 55$$

La velocidad de agua corriente sobre la superficie es *55 metros / segundo,* es decir, la velocidad media será cerca de *5/6 metros /segundo.*
[Volver]

8. Cuánta agua pasa por el río.

De una manera u otra siempre es posible encontrar la velocidad de la corriente de un río. Un poco complicada es la otra parte de la preparación necesaria para calcular la cantidad del agua corriente, encontrar la superficie del corte transversal del agua. Para saber la superficie, "el corte vivo" del río necesariamente hay que preparar el plano de aquel corte. El levantamiento del corte vivo es el siguiente:

Primer método

En el mismo sitio, donde los medimos la anchura del río, junto al agua, en ambas orillas, clavamos dos jalones. Después con un amigo montamos una lancha y vamos desde un jalón hasta el otro, todo el tiempo siguiendo exactamente una línea recta, la que une los dos jalones. El amigo debe de ser un buen remero; además, él debe ser ayudado por un tercer miembro de trabajo, que estando en la orilla, observa, para que la lancha siga bien su dirección, y en los casos necesarios dar unos señales al remero, hacia dónde debería girar.
En el primer pasaje por el río deberemos contar solamente, cual es la cantidad de los golpes con los remos él necesitaba, y desde aquí saber, cual es la cantidad de los golpes necesaria para trasladar la lancha en unos *5* o *10 metros.*
Cuando hacemos la segunda navegación, pero ahora con un listón apropiado para medir, y cada *5 – 10 metros* (medidos mediante la cantidad de los golpes de remo) se hunde el listón en el agua verticalmente hasta el fondo del río, anotando la profundidad de río en este sitio.
En esta forma podemos medir el "corte vivo" del río, si no es muy grande; para un río muy ancho, con mucha agua, se necesitan unos modos más difíciles. Este trabajo lo dejaremos para los especialistas. Los aficionados eligen las Problemas, correspondientes a sus sencillos recursos.

Segundo método.

Para un río estrecho y poco profundo no necesitamos una lancha. Entre los jalones se estira perpendicularmente a la corriente, una cuerda con nudos hechos cada *1 metro*, y bajando el listón sobre el cada nudo hasta el fondo, medimos la profundidad del cauce.

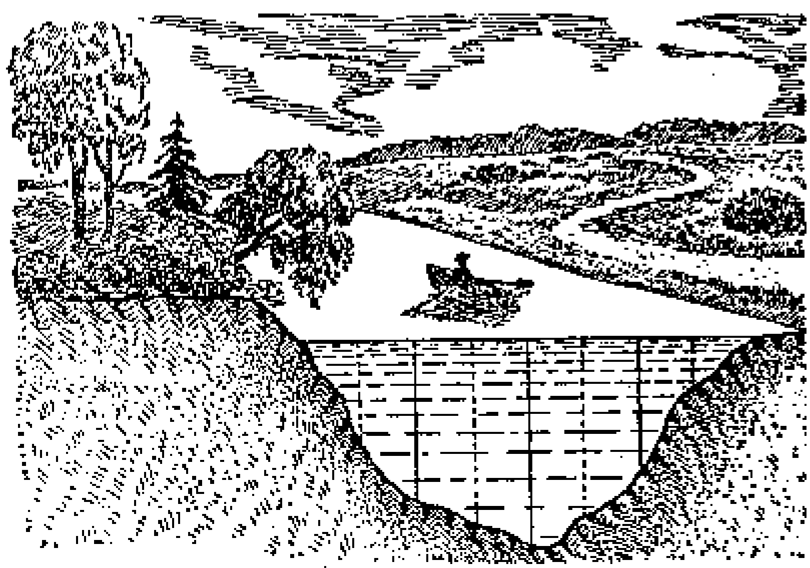

Figura 42. El "corte vivo" del río

Cuando todas las medidas están hechas, anotamos en el papel cuadriculado el plan del corte transversal. Obtenemos una figura, más o menos, como vemos en la Figura 42. Ahora podemos encontrar su superficie, como ella esta dividida en numerosos trapecios (donde conocemos las bases y las alturas) y por dos triángulos extremos también con la base y la altura conocida. Si, la escala del plano es *1 : 100,* entonces, el resultado lo obtenemos en metros cuadrados.

Ahora tenemos los todos datos para calcular la cantidad de agua corriente. Evidentemente, a través del corte vivo corre un volumen de agua en cada un segundo, igual al volumen de un prisma, donde la base es el corte, y la altura, la velocidad media de la corriente.

Si, por ejemplo, la velocidad media de la corriente en el río es *0,4 metros /segundo,* y la superficie del corte vivo, digamos, es *3,5 metros cuadrados,* entonces incesantemente cruzan a través del corte

$3,5 \times 0,4 = 1,4$ *metros cúbicos* de agua por segundo,

o 1,4 toneladas (*1* m^3 de agua potable pesa *1 tonelada = 1000 kilogramos).*

En una hora

$$1,4 \times 3\ 600 = 5\ 040\ m^3$$

en el periodo de veinticuatro horas

$$5\ 040 \times 24 = 120\ 960\ m^3$$

¡ más de cien mil metros cúbicos!

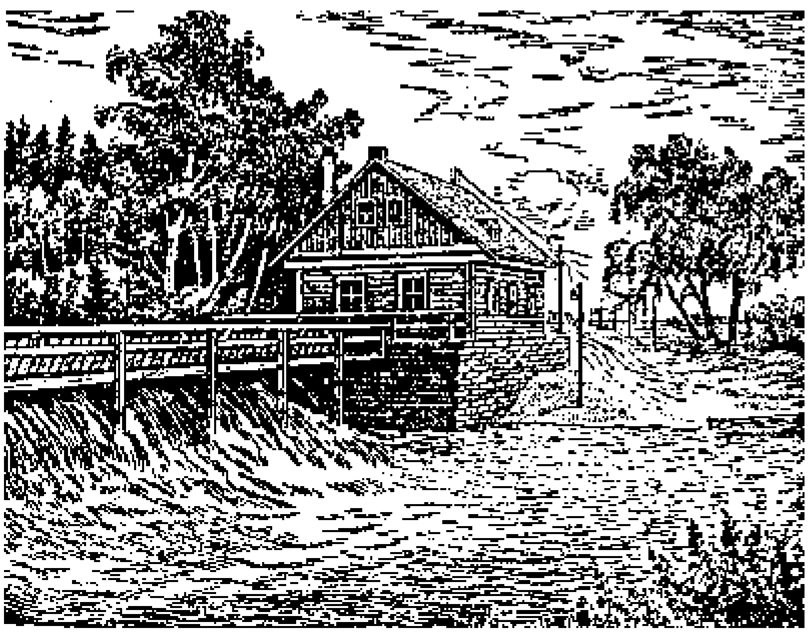

Figura 43. Estación hidráulica con potencia de 80 kilovatios de una artel agrícola de Burmakin; da energía para los siete koljoces.

En tal caso el río con el corte vivo de *3,5* $metros^2$ es un río pequeño: él puede tener, digamos, *3,5 metros* de anchura y de *1 metro* de profundidad, es posible de vadear, pero él tiene guardada mucha energía capaz de convertirse en electricidad. ¿Cuánta agua corre durante el periodo de veinticuatro horas por un río como el Neva, si a través de su corte vivo pasan *3.300* $metros^3$ de agua?

Es el “consumo medio” de agua en el Neva de San Petersburgo. “El consumo medio” de agua en el Dnepro de Kyev es de *700* $metros^3$.

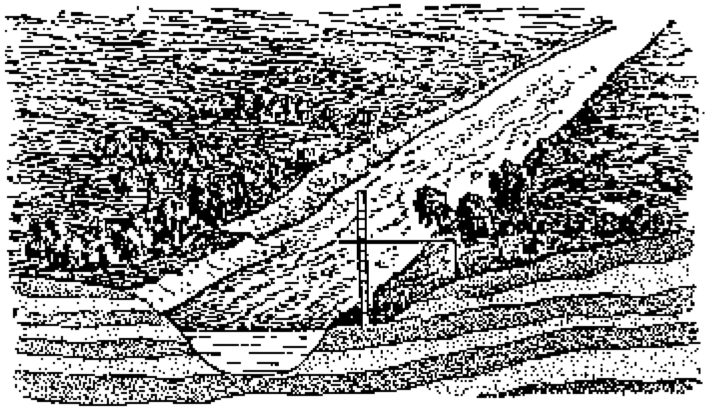

Figura 44. La medición del corte vertical de las orillas

Los prospectores jóvenes y los constructores futuros de su central hidroeléctrica necesitan saber cual es la presión de agua sobre las orillas de río, es decir, cual diferencia de niveles podría formar la presa (Figura 43).

Por eso en *5 a 10 metros* de las orillas del agua en colocan dos estacas, habitualmente sobre la línea perpendicular al corriente del río. Pasando después sobre esta línea, se ponen pequeños piquetes en los sitios de la fractura litoral (Figura 44). Con ayuda de las reglas se mide la sobresaliente a uno sobre el otro piquete y la distancia entre ellos.

Con los datos de medición se hace el plano del perfil del litoral analógicamente al dibujo del perfil de cauce.

Por el perfil del litoral podemos calcular magnitud de la presión.

Supongamos que la presa sube el nivel de agua hasta *2,5 metros.* En este caso podemos calcular la potencia posible de la central hidroeléctrica.

Para esto los ingenieros electricistas nos recomiendan multiplicar *1,4* (“consumo” del río por segundo) por *2,5* (la altura del nivel de agua) y por *6* (el coeficiente dependiente de la pérdida de energía en las maquinas). El resultado tenemos en kilovoltio. Entonces,

$$1{,}4 \times 2{,}5 \times 6 = 21 \text{ kilovoltio.}$$

Como los niveles del río cambian a lo largo del año, el consumo también lo hace, para el cálculo tenemos que saber el valor típico de consumo de agua anual.

Volver

9. La rueda de agua.

Problema

La rueda provista de paletas se instala en el fondo del río (Figura 45). ¿Cómo va girar la rueda, si la corriente toma la dirección hacia la izquierda?

Solución

La rueda se gira contra el reloj. La velocidad de la corriente de las capas más profundas es menor que la velocidad de las capas superiores de la corriente, entonces, la presión sobre las paletas de arriba sea mayor, que la de abajo.

Volver

10. La placa irisada.

En un río, donde baja el agua desde una fábrica, podemos observar las manchas coloradas. Aceite, bajando al río junto con agua de la fábrica, deja en la superficie del río estas manchas ligeras. ¿Podemos saber, aproximadamente, la anchura de una de estas placas?

La Problema parece complicada, pero solución no es tan difícil. Noten que nosotros no vamos a medir la anchura de la placa ahora mismo. La calcularemos de manera indirecta.

Cogemos una cantidad de aceite mecánico, por ejemplo, *20 gr* y lo echamos al agua, lejos de la orilla, por supuesto. Cuando la placa tome la forma de un círculo, medimos aproximadamente su diámetro. Sabiendo el diámetro, encontraremos la superficie. Y como sabemos el volumen (se calcula por el peso), entonces no será difícil encontrar la anchura buscada de la placa. Miraremos atentamente el ejemplo.

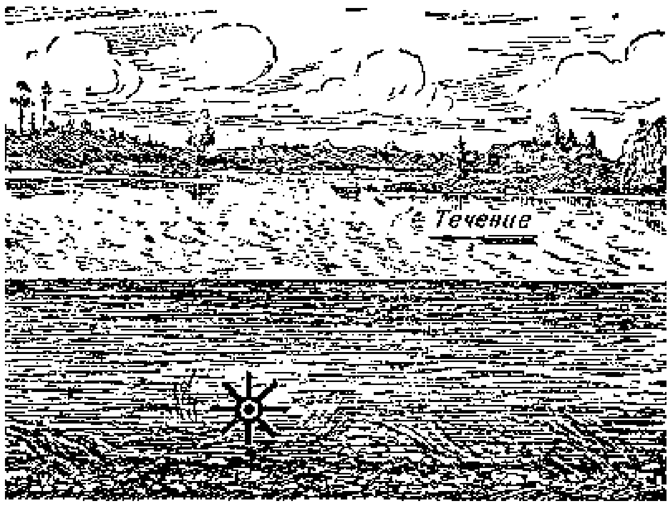

Figura 45. ¿El que sentido tome la rueda?

Problema
Un solo gramo de petróleo, está formando una charca de *30 centímetros* diámetro. ¿Cuál es la anchura de la placa petrolera encima de agua? Un centímetro cubico del petróleo pesa *0,8 gr.*

Solución
Encontraremos el volumen de la placa, el cual, evidentemente, es igual al volumen cogido de petróleo. Si 1 cm^3 de petróleo pesa *0,8 gr,* entonces, para un gramo es *1/0,8 = 1,25 cm3* o *1.250* mm^3*.* La superficie del círculo con el diámetro de *30 centímetros,* o *300 milímetros,* es *70.000* mm^2*.* La anchura buscada es igual al volumen, dividido por la superficie:

$$\frac{1250}{70.000} = 0{,}018mm$$

La medición directa con las medios habituales, evidentemente, no es posible.
Las placas que forman el aceite y el jabón son las capas más finas, como *0,0001 mm* y menos.

> «"Una vez, cuenta el físico ingles Boyz en su libro "Pompas de jabón", hice esta prueba en un estanque. En la superficie del agua echo una cucharada del aceite de oliva. Inmediatamente se ha convertido en una mancha grande, con el diámetro *20 a 30 metros.*
> «Como la mancha es mil veces mayor por su longitud y por su anchura sobre la cuchara, pues, la capa del aceite sobre agua tiene que ser, aproximadamente, una millonésima parte de la anchura dentro de cuchara, o más o menos *0,000002 milímetro.*"»

Volver

11. Los círculos en el agua.

Problema

Mas de una vez, por curiosidad, miramos atentamente los círculos encima de agua estanca, formados al tirar a una piedra (Figura 46). No es difícil de explicar este fenómeno de la naturaleza: la agitación extiende desde un punto principal en todas direcciones con la misma velocidad; por eso en cada momento todos los puntos perturbados se alejan la misma distancia del punto de aparición de la perturbación, es decir, sobre la una circunferencia.

Figura 46. Los círculos sobre el agua

¿Pero qué pasa en el agua corriente? ¿Tienen las olas originadas por una piedra tirada, formar un círculo o su forma es alargada?

En primer lugar, parece que en el agua corriente las olas deberían alargarse y tomar el sentido del río: la agitación en el agua corriente es más rápida, que en los sentidos laterales. Por eso, las partes excitadas de la superficie acuática, tienen que formar una línea curva larga y cerrada, pero, por ninguna manera forman la circunferencia.

En la realidad, no es así. Tirando las piedras en una corriente del río muy rápido, podemos asegurar que las olas son circulares, son las mismas como en aguas estancadas. ¿Por que?

Solución

El motivo es siguiente. Si el agua no se mueve, las olas son circulares. ¿El que cambie viene con la corriente? La corriente lleva cada punto de esta ola en la dirección, marcada por las flechas (Figura 47, a la izquierda), además, todos los puntos traspasan por las líneas paralelas con la misma velocidad, es decir, sobre las mismas distancias.

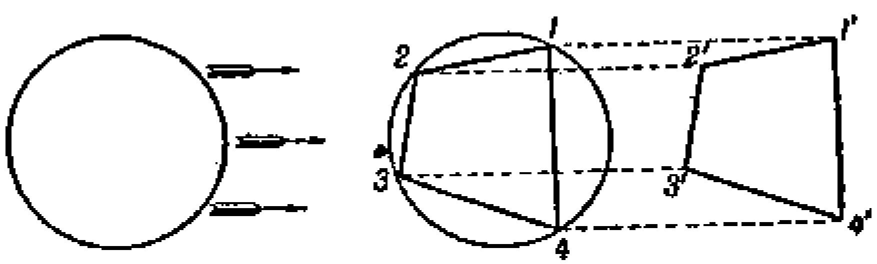

Figura 47. La corriente de agua no cambia la forma de las olas

"El traspaso paralelamente" no cambia la forma de una figura. Exactamente, al final de este traspaso el punto *1* (Figura 47, a la derecha) aparece un punto *1'*, el punto *2* en el punto *2'*,

y etc.; el tetrágono *1 2 3 4* se cambia por el tetrágono *1' 2' 3' 4',* los cuales son iguales, como podemos ver, toman las formas de los dos paralelogramos, *1 2 2' 1', 2 3 3' 2', 3 4 4' 3'* y etc. Tomando en la circunferencia más de cuatro puntos, obtenemos polígonos iguales; por fin, cogiendo una cantidad de puntos infinita, entonces, obtenemos una circunferencia. Por eso el movimiento del agua no cambia la forma de una ola, en el agua corriente ellas son círculos. La única diferencia es, que en la superficie de un estanco los círculos no se mueven (sin contar que ellos se divergen desde su centro); en la superficie de un río los círculos se mueven junto con su centro y con la misma velocidad de la corriente.
Volver

12. Un obús fantástico.
Problema
Empezaremos con la Problema, la cual parece no tiene ninguna relación con todo que estamos investigando, pero después, como los veremos, va en el mismo sentido.
Imaginaremos una bomba de obús, volando hacia arriba; comienza a bajar y de repente se hay una explosión; los cascos de metralla vuelan por todos partes.
Los cascos son esparcidos con la misma fuerza que vuelan, sin encontrar ninguna resistencia en el aire. Pregunta: ¿Qué destino forman los cascos pasado un segundo después de la explosión, antes de llegar a la tierra?

Solución
La Problema es semejante a la anterior, sobre los círculos en el agua. Pareciera que los cascos tienen que formar una figura, alargada hacia bajo, en el sentido de la caída; porque los cascos, lanzados hacia arriba, vuelan más despacio, que los lanzados hacia abajo.
No es difícil de demostrarlo, cuando los cascos de nuestra imaginada metralla tomen la forma de un globo. Imaginaremos en un segundo, que la gravitación no lo existe; entonces, por supuesto, todos los cascos durante un segundo se alejan una determinada distancia desde su centro explosivo, es decir, forman la superficie del globo. Y si ahora incluimos la gravitación, por su influencia los cascos deberían bajar; y como sabemos, que todos los cuerpos bajan con la misma velocidad[1], entonces, los cascos durante en un segundo bajarán la misma distancia, y además, sobre las líneas paralelas. Por eso es que mantiene la misma forma, la de globo.
Así es, los cascos del obús fantástico deberían formar un globo, el que parece hincharse, en la medida que bajan con la velocidad de la caída libre.
Volver

13. La ola de quilla.
Volvemos otra vez al río. Estado en un puente, atentamente miraremos en el rastro dejado por un barco. Vamos a ver como de la proa se separan, sobre el ángulo, dos crestas de olas (Figura 48).
¿Por qué ellas aparecen? ¿Y por qué el ángulo entre ellas cuando es más agudo, más rápido va el barco?
Para tener más claridad en la causa de la aparición las dos crestas, volvemos otra vez a los círculos divergentes en superficie acuática, aparecidos por los pedruscos tirados.
Tirando al agua los pedruscos con cierto intervalo, podemos observar en la superficie unos círculos de tamaños diferentes; además el pedrusco tirado más tarde forma él circulo más pequeño. Y si tiramos los pedruscos a lo largo de una línea recta, entonces, los círculos formados en su conjunto aparecerán parecidos a las olas delante de la proa. Mientras más pequeño es el predusco tirado y mayor su frecuencia mayor será la semejanza. Hundiendo en el agua un palito y llevándolo sobre la superficie de agua, es como substituimos la caída

[1] Las diferencias se explican con la resistencia del aire, la que nosotros excluimos de esta Problema

los pedruscos irregulares por algo continuo y podemos reproducir la ola, la que vemos delante de la proa del barco.
Falta de añadir un poco para tener la claridad. Hundiéndose en el agua, la proa del barco en cada segundo forma la misma ola circular, como la piedra tirada.

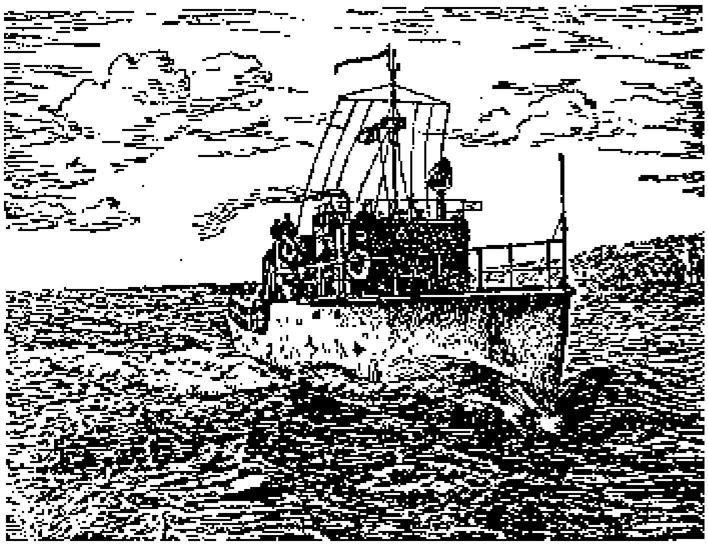

Figura 48. La ola de quilla

El circulo se aumenta, pero en este momento el barco tira para adelante y forma la otra ola circular, detrás de cual viene tercera, y etc. La formación irregular de los círculos, procedida por los pedruscos es substituida por su aparición continua, así como podemos ver en la Figura 49.
Encontrándose las crestas de olas vecinas se rompen una a otra: intocables son aquellas dos partes de la circunferencia, los que están en sus partes exteriores. Uniéndose, estas partes exteriores forman las dos crestas ininterrumpidas, teniendo la posición de los tangentes exteriores sobre todas olas circulares (Figura 49, a la derecha).

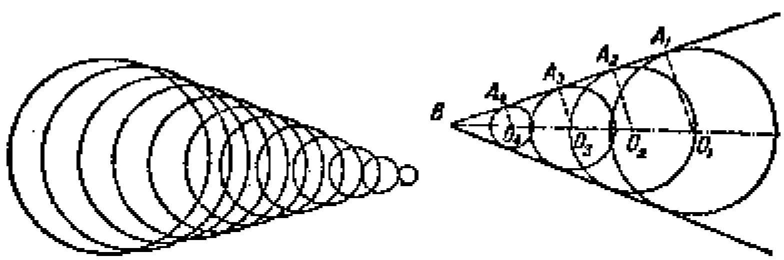

Figura 49. Como aparece la ola de quilla.

Así es como aparecen las crestas, las que los vemos detrás del barco, y detrás del cualquier cuerpo, moviéndose sobre la superficie de agua.
De aquí se ve, que este fenómeno es posible solamente cuando el cuerpo mueve *más rápido* que las olas del agua. Si llevamos el palito sobre el agua lentamente, entonces, no podemos observar las crestas: Las olas circulares están situadas una entre otra y, entonces será imposible trazar la tangente común.
Las crestas divergentes las podemos observar en otro caso, cuando el agua corre frente a un cuerpo parado. Si, la corriente del río es bastante rápida, entonces, las crestas aparecen en el agua, contorneando los pilares de un puente. Además esta forma de olas se ve con más

claridad, que aquellas que deja el barco, donde su forma no es perturbada por la acción de la hélice.
Aclarada esta acción geométrica, probamos a resolver otra Problema.

Problema
¿De qué depende la amplitud angular entre ambos ramas de la ola de quilla de un barco?

Solución
Dibujaremos desde el centro de las olas circulares (Figura 49, a la derecha) los radios hasta las partes correspondientes de la cresta rectilínea, es decir, hasta los puntos de la tangente general. Es fácil de comprender, que el *OB* es el camino, dejado por el barco durante de un tiempo, y *OA,* la distancia, hasta el cual en mismo tiempo se extendería la agitación.
La proporción *OA / OB,* es el seno del ángulo *OBA* , pero al mismo tiempo ésa es la proporción de las velocidades de la agitación y el barco. Entonces, el ángulo *B* entre la cresta, es como el doble ángulo, del cual el seno es igual a la proporción de la velocidad corriente de las dos olas circulares sobre la velocidad del barco.
La magnitud de la velocidad de las olas circulares en el agua, más o menos es igual para todos los barcos; por eso el ángulo de la divergencia de las ramas de la ola de la quilla depende, principalmente de la velocidad del barco: el seno de la mitad del ángulo casi siempre es proporcional de esta velocidad. Y, al contrario, por el tamaño del ángulo podemos determinar, en cuantas veces la velocidad del barco es mayor de la velocidad de las olas. Si, por ejemplo, el ángulo entre los ramos de una ola de quilla es *30°,* como para la mayoría de los buques, entonces, el seno de su mitad (*seno 15°)* es *0,26;* es decir, la velocidad del barco es mayor que la de la corriente de las olas circulares en *1/0,26,* es más o menos en cuatro veces.
[Volver]

14. La velocidad de los proyectiles.
Problema
Las olas, parecidas a las que acabamos de discutir, aparecen en el aire a través de una bala disparada o de un proyectil de artillería.
Existen muchas maneras de hacer las fotos de un proyectil volando; en la Figura 50 son dos imágenes reproducidas por los proyectiles, circulando no con la misma rapidez. En ambos dibujos claramente podemos ver lo que nos interesada a nosotros “la ola de cabeza”(como se llaman a ella en estos casos).

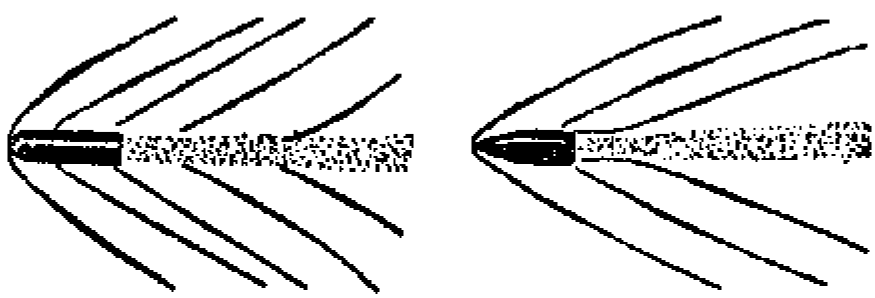

Figura 50. La ola de la cabeza en el aire, creada por un proyectil volado.

Su aparición es parecida a la ola de quilla de un barco.
Y aquí se utilizan las mismas proporciones geométricas: el seno de la mitad del ángulo de la separación de las olas de cabeza, es igual a la proporción de la velocidad de la agitación sobre la velocidad del proyectil volado. Pero la agitación en el aire se transmite con una

velocidad, cerca de la velocidad de sonido, es *330 metros / segundo.* Teniendo la foto de un proyectil volando, encontrar la aproximadamente su velocidad es fácil. ¿Cómo podemos encontrar para estos dos imágenes?
Medimos el ángulo de separación de las dos ramas de la ola de cabeza en la Figura 50.
En primer caso tiene *~80°,* en otro, *~55°*. Mitad de ellos es *40°* y *27½°* .
El *seno 40° = 0,64, seno 27½° = 0,46.* Por lo tanto, la velocidad de agitación de la ola de aire, es decir, *330m,* es en el primer caso *0,64* de la velocidad del vuelo, y en el otro *0,46.* De aquí se desprende la velocidad de primer proyectiles

$$\frac{330}{0.64} = 520 \text{ metros/seg undo}$$

y del segundo:

$$\frac{330}{0{,}46} = 720 \text{ metros / segundo}$$

Como vemos, bastante simples razones geométricas, a parte de la ayuda de la física, podemos resolver la Problema, a primera vista muy complicada: por una foto de un proyectil volando podemos encontrar su velocidad en el momento. (Este cálculo es aproximado, por supuesto, porque no se han tenido en cuenta algunas circunstancias).

Problema
A quien desea, por su propia cuenta, hacer el calculo de la velocidad de unos núcleos, aquí lo tienen los tres imágenes de los proyectiles, volando con las velocidades distintas (Figura 51).

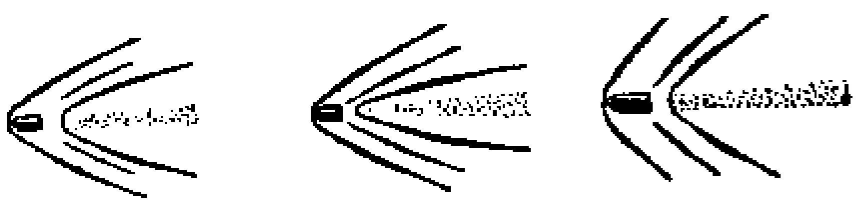
Figura 51. ¿Cómo encontrar la velocidad de los proyectiles?

Volver

15. La profundidad de un estanque.
Los círculos sobre la superficie de agua nos desviaron la atención hacia el asunto de la artillería. Volveremos otra vez junto al río y examinaremos una Problema hindú sobre una flor.
De viejos tiempos viene una tradición india, que es proponer una Problema en verso.

Problema

Sobre un lago tranquilo,
Tamaño del medio pie,
se levantó la flor de una maravilla.
Creció solita, sin familia.
Y de repente vino aquel viento fuerte
Que se llevo así, para atrás.
No, no existe más flor,
Pero no, la encontró un pescador
durante los días de primavera nueva
A dos pies del sitio natal
Así lo tengo la Problema:
¿Cuál es del lago la profundidad?

Solución
Indicaremos (Figura 52) la profundidad buscada *CD* del estanque a través de *x,* después sobre el teorema de Pitágoras, tenemos:

$$BD^2 - x^2 = BC^2 ,$$

Es decir

$$x^2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 2^2$$

$$x^2 = x^2 + x + \frac{1}{4} - 4$$

$$x = 3\frac{3}{4}$$

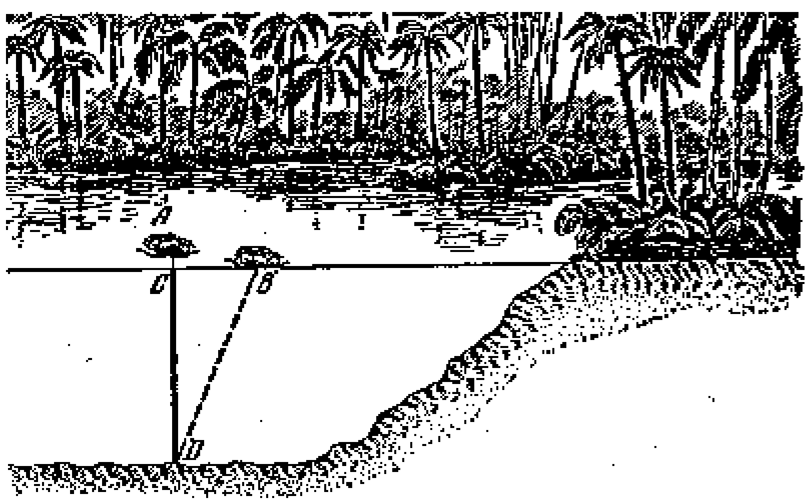

Figura 52. La Problema india sobre la flor de loto

Cerca de la orilla de un río o de un estanque no muy profundo podemos encontrar una planta acuática, la que deja un material real para una Problema semejante: sin ningún instrumento, sin mojarnos los pies y las manos, podemos encontrar la profundidad de un estanque en este sitio.
Volver

16. El cielo estrellado en el río.
El río por la noche tiene para nosotros una Problema. Recuerdo como Gogol tiene una descripción del Dnepro:

«"Las estrellas brillan encima del mundo y todas juntas se reflejan en el Dnepro.
A todas ellas tiene el Dnepro dentro de su seno: Ninguna puede escaparse, quizás, cuando se apague en el cielo."»

Es cierto, cuando estás en la orilla de un río ancho parece que en el espejo acuático se refleja toda la cúpula de estrellas. ¿En realidad, es así? ¿Todas los estrellas se "reflejan" en el río?
Haremos un plano (Figura 53):

A – el ojo del observador, estado en la orilla de río, cerca de lugar cortado al pico,
MN – es la superficie de agua.

¿Cuales serán las estrellas que puede ver en agua el observador desde el punto *A*?
Para contestar a esta pregunta, trazaremos desde el punto *A* una perpendicular *AD* hacia la recta *MN* y continuaremos en la misma dirección, hasta el punto *A'.* Si el ojo del observador está en el punto *A'*, él podrá ver solamente aquella parte del cielo, el cual esta dentro del ángulo *BA'C.*
El campo visual es lo mismo mirando desde el punto *A.* Las estrellas que están fuera de este ángulo, no puede ver; sus rayos reflejados pasan fuera del campo visual de sus ojos.

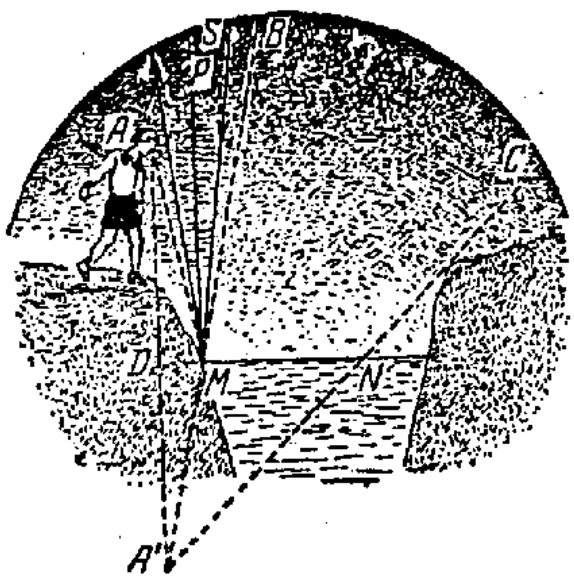

Figura 53. La parte del cielo estrellado que podemos ver estrellas en el agua

¿Cómo podemos asegurarnos? ¿Cómo demostrar, que, por ejemplo, la estrella *S*, que está fuera del ángulo *BA'C,* no puede verla nuestro observador en el espejo de río? Sigamos detrás de su rayo, cayendo cerca de la orilla en el punto *M;* el se refleja, de acuerdo a las leyes de la Física, en un ángulo igual al ángulo de incidencia *SMP* y, por lo tanto, menor del ángulo *PMA* (es fácil de demostrarlo aprovechando la igualdad de los triángulos *ADM* y *A'DM*); entonces, el rayo reflejado debería pasar de largo *A.* Además pasarán de largo de los ojos del observador los rayos de la estrella *S,* reflejadas en los puntos, situadas más distante del punto *M.*

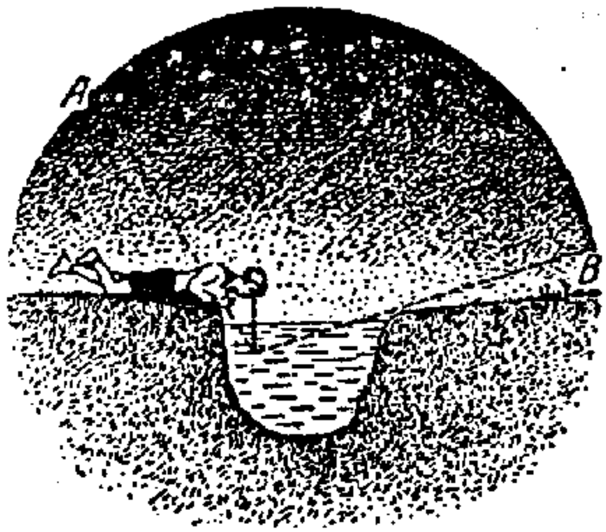

Figura 54. En un río estrecho con las orillas bajas verlo en el espejo acuático de un río

Entonces, descripción de Gogol mantiene su vigencia: En el Dnepro no se reflejan todas estrellas, y tal vez menos de la mitad del cielo estrellado.
Además, lo curioso es que gran extensión del cielo estrellado no es visto en un río ancho. En el río más estrecho y con las orillas bajas podemos observar casi la mitad de cielo(es decir, más que en un río grande), sin inclinarnos cerca de agua.
Es fácil comprobar este asunto, haciendo la construcción de un campo visual. (Figura 54)
Volver

17. Un camino a través del río.
Problema
Entre los puntos *A* y *B* pasa el río (o un canal) con las orillas más o menos paralelas (Figura 55) Necesitamos construir a través del río un puente en ángulo recto con sus orillas. ¿Dónde tenemos que elegir el sitio para el puente, para que el camino desde *A* hasta el *B* sea más corto?

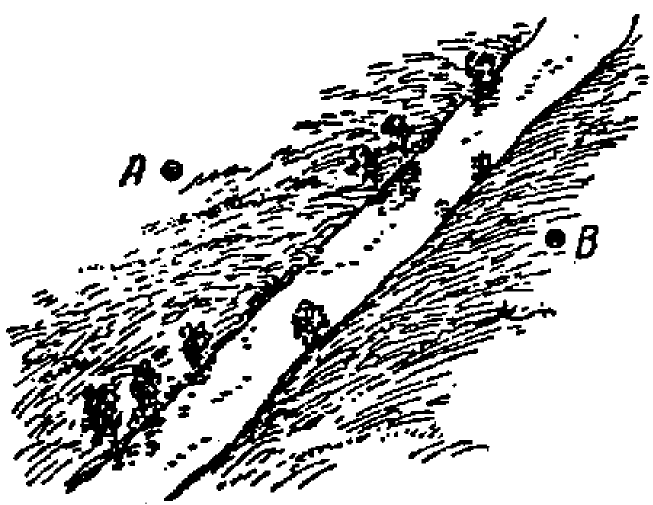

Figura 55. Donde debemos construir el puente para que el camino sea más corto

Solución

Pasando a través del punto *A* (Figura 56) una línea recta, perpendicular hacia el sentido de río y marcar desde el *A* el segmento *AC*, igual a la anchura del río, unimos *C* con *B.* Después en el punto *D* necesitamos construir el puente, para el camino desde el *A* hasta el *B más* corto.

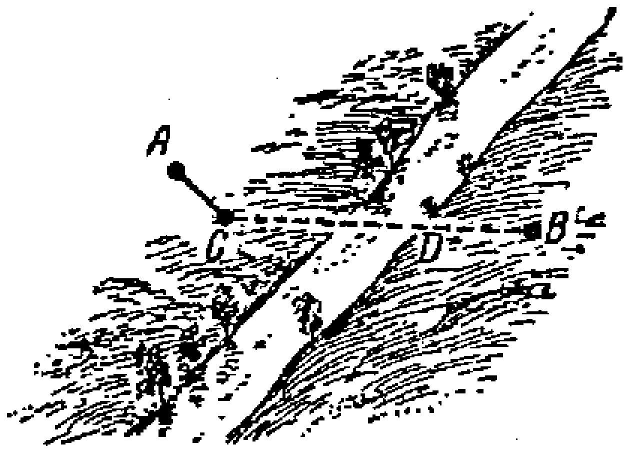

Figura 56. El sitio elegido para la construcción esta bajo ángulo recto sobre las orillas.

En realidad, construyendo el puente *DE* (Figura 57) y uniendo el *E* con el *A,* obtenemos el camino *AEDB,* donde la parte *AE* es paralela al *CD* (*AEDC,* es paralelogramo, así, como los lados enfrentados *AC* y *ED* son iguales y paralelos.) Por eso, el camino *AEDB* por su longitud es igual al camino *ACB.*

Es fácil demostrar que el cualquier otro camino va ser más largo. Supongamos que existiera otro camino *AMNB* (Figura 58) más corto que *AEDB,* es decir, más corto que *ACB.* Uniendo *C* con *N* vemos que *CN* es igual *AM.* Entonces, el camino

$$AMNB = ACNM.$$

Pero *CNB,* evidentemente, es más que *CB;* entonces, *ACNB* es mayor que *ACB,* y por lo tanto, mayor que *AECB.* Así vemos que el camino *AMNB* no es más corto, es más largo que el camino *AEDB.*

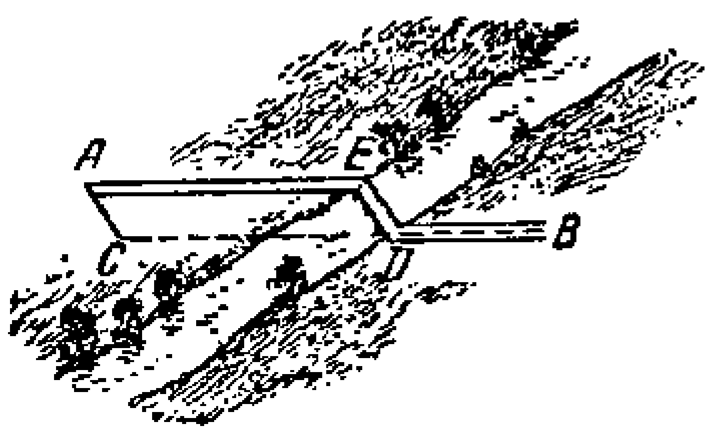

Figura 57. El puente había construido

Este razonamiento es aplicable a cualquier situación del puente, si coincide con *CD;* o sea, el camino *AEDB* realmente es más corto.

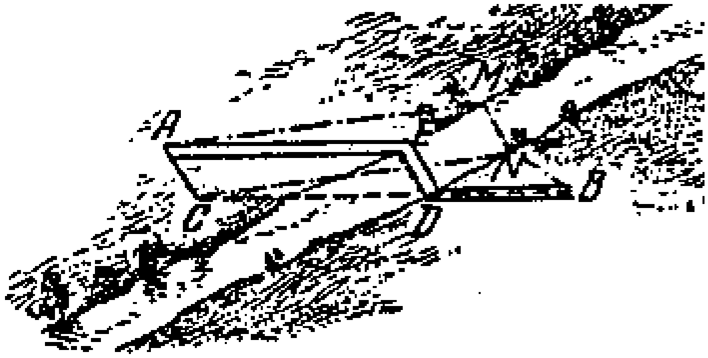

Figura 58. El camino AEDB – realmente es más corto

Volver

18. Construir dos puentes.

Problema

Probemos imaginar un caso más complicado, cuando necesitamos encontrar el camino más corto desde *A* hasta *B* a través del río, pero ahora cruzando doblemente el río bajo ángulo recto sobre las orillas (Figura 59) ¿En que sitios tenemos que construir los puentes?

Solución

Deberemos desde el punto *A* (Figura 59, a la derecha) trazamos el segmento *AC,* igual a la anchura del río en la primera parte y perpendicular a sus orillas. Desde el punto *B* se pasa el segmento *BO* , igual a la anchura del río en la segunda parte y también perpendicular a las orillas. Unir los puntos *C* y *D*. En el punto *E* se construye el puente *ED,* en el punto *G,* el puente *GH.* El camino *AFEGHB* es el camino buscado más corto desde el *A* hasta el *B.*

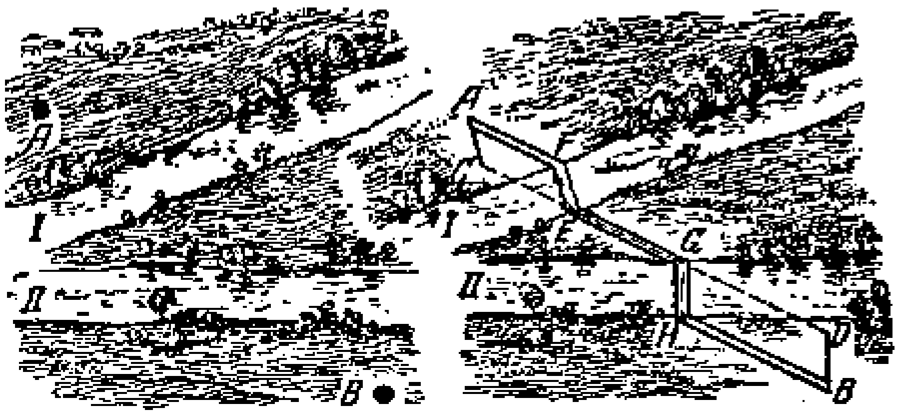

Figura 59. Los dos puentes construidos

Como puede ver el lector, se razona en forma semejante al ejemplo anterior.

Volver